9 Exercice Contrôle 2012 30' 4,5 Points

On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^4-2z^3+3z^2-2z+2=0$

1°) a) En remarquant que $z^4-2z^3+3z^2-2z+2=(z^4-2z^3+2z^2)+(z^2-2z+2)$, montrer que l'équation (E) est équivalente à $(z^2+1)(z^2-2z+2)=0$.

b) Résoudre l'équation (E).

2°) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, on désigne par *A*, *B*, *C* et *D* les points d'affixes respectives i, –i, 1–i et 1+i

a) Placer les points *A*, *B*, *C* et *D*

b) Montrer que le quadrilatère *ABCD* est un rectangle.

10 Exercice Principale 2013 30' 5 Points

1°) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation :

$$z^2-2(2-i)+7-4i=0.$$

2°) Soit $P(z)=z^3-(2-3i)z^2-(3+4i)z+18-i$ où $z\in\mathbb{C}$.

a) Vérifier que $P(z)=(z+2+i)(z^2-2(2-i)z+7-4i)$.

b) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z)=0$.

3°) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$. On considère les points *A*, *B*, *C* et *D* d'affixes respectives 2 + i ; −1 − 3i ; −2 − i et 2 − 3i.

a) Placer les points *A*, *B*, *C* et *D*.

b) Montrer que le triangle *ABC* est rectangle.

c) Montrer que les points *A*, *B*, *C* et *D* sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.